

# 西交大苏州附中 2020-2021 学年第一学期期初考试

高二年级 数学学科 2020 年 09 月

(试题满分: 150 分 考试时间: 120 分钟)

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 不等式  $\left(\frac{1}{2}-x\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)>0$  的解集为

- A.  $\left\{x \mid \frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}\right\}$  B.  $\left\{x \mid x > \frac{1}{2}\right\}$  C.  $\left\{x \mid x < \frac{1}{3}\right\}$  D.  $\left\{x \mid x < \frac{1}{3} \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\right\}$

2. 直线  $3x - \sqrt{3}y - 2 = 0$  的斜率为

- A. 1 B.  $\sqrt{2}$  C.  $\sqrt{3}$  D. 2

3. 若  $a, b, c$  为实数, 则下列题正确的是

- A. 若  $a > b$ , 则  $ac^2 > bc^2$   
B. 若  $a < b < 0$ , 则  $a^2 > ab > b^2$   
C. 若  $a < b < 0$ , 则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$   
D. 若  $a < b < 0$ , 则  $\frac{b}{a} > \frac{a}{b}$

4. 下列说法正确的为

- ①如果两条直线同时平行于第三条直线, 那么这两条直线平行;  
②如果两条直线同时垂直于第三条直线, 那么这两条直线平行;  
③如果两条直线同时平行于一个平面, 那么这两条直线平行;  
④如果两条直线同时垂直于一个平面, 那么这两条直线平行.

- A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ①④

5. 若方程  $x^2 + y^2 + 2a = 0$  表示圆, 则实数  $a$  的取值范围为

- A.  $a < 0$  B.  $a < 0$  C.  $a \leq 0$  D.  $a > 0$

6. 若两条平行直线  $l_1: x - 2y + m = 0 (m > 0)$  与  $l_2: 2x + ny - 6 = 0$  之间的距离是  $\sqrt{5}$ , 则  $m + n =$

- A. 0 B. 1 C. -2 D. -1

7. 关于  $x$  的不等式  $x^2 - 2ax - 8a^2 < 0 (a > 0)$  的解集为  $(x_1, x_2)$ , 则  $a$  的值为

- A.  $\frac{5}{2}$  B.  $\frac{7}{2}$  C.  $\frac{15}{4}$  D.  $\frac{15}{2}$

8. 关于  $x$  的不等式  $x^2 - (a+1)x + a < 0$  的解集中恰有两个整数, 则实数  $a$  的取值范围是

- A.  $(-2, -1] \cup [3, 4)$  B.  $[-2, -1] \cup [3, 4]$   
C.  $[-2, -1) \cup (3, 4]$  D.  $(-2, -1) \cup (3, 4)$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对得 5 分, 部分选对得 3 分, 有选错得 0 分.

9. 圆  $O_1: x^2 + y^2 - 2x = 0$  和圆  $O_2: x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$  的交点为  $A, B$ , 则有

- A. 公共弦  $AB$  所在直线方程为  $x - y = 0$   
B. 线段  $AB$  中垂线方程为  $x + y - 1 = 0$

C. 公共弦  $AB$  的长为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D.  $P$  为  $O_1$  上一动点, 则  $P$  到直线  $AB$  距离的最大值为  $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$ ,

10. 在下列函数中, 最小值是 2 的函数有

A.  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$

B.  $f(x) = \cos x + \frac{1}{\cos x} \left( 0 < x < \frac{\pi}{2} \right)$

C.  $f(x) = \frac{x^2 + 4}{\sqrt{x^2 + 3}}$

D.  $f(x) = 3^x + \frac{4}{3^x} - 2$

11. 已知  $a > 0, b > 0$ , 且  $a + b = 1$ , 则

A.  $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$

B.  $2^{a-b} > \frac{1}{2}$

C.  $\log_2 a + \log_2 b \geq -2$

D.  $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{2}$

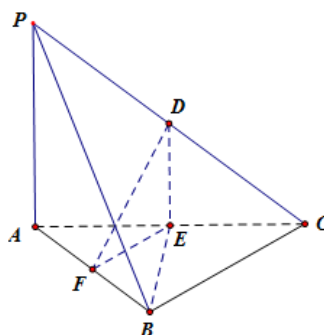
12. 如图, 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $D, E, F$  分别为  $PC, AC, AB$  的中点,  $PA \perp$  平面  $ABC$ .  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AB = PA = 6$ ,  $BC = 8$ , 则

A. 三棱锥  $D-BEF$  的体积为 18

B. 平面  $DEF$  截三棱锥  $P-ABC$  所得的截面面积为 12

C. 点  $P$  与点  $A$  到平面  $BDE$  的距离相等

D. 直线  $PB$  与直线  $DF$  垂直



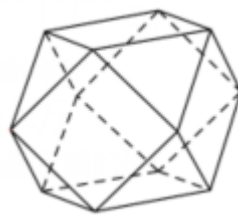
三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 不等式  $\frac{1}{x} > 1$  的解集为 \_\_\_\_\_

14. 若关于  $x$  的不等式  $2x^2 - 8x - 4 + a \leq 0$  在  $1 \leq x \leq 3$  内有解, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_

15. 已知曲线  $y = \sqrt{1-x^2}$  与直线  $x - 7y + 5 = 0$  交于  $A, B$  两点, 若直线  $OA, OB$  的倾斜角分别为  $\alpha, \beta$ , 则  $\cos(\alpha - \beta) =$  \_\_\_\_\_

16. 半正多面体亦称“阿基米德”多面体, 是由边数不全相同的正多边形为面的多面体, 体现了数学的对称美, 如图, 将正方体沿交于一顶点的三条棱的中点截去一个三棱柱, 如此共可截去八个三棱锥, 得到一个有十四个面的半正多面体, 它们的棱长都相等, 其中八个为正三角形, 六个为正方形, 则称这样的正多面体为二十四等边体. 若二十四等边体的棱长为 2. 则其体积为 \_\_\_\_\_, 若其各个顶点都在同一个球面上, 则流球的表面积为 \_\_\_\_\_. (第一空 2 分, 第二空 3 分)



四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分) 解不等式 (1)  $x(7-x) \geq 12$ ; (2)  $\frac{x+1}{2-x} \geq -2$

18. (本小题满分 12 分) 已知关于  $x$  的不等式  $x^2 - x + a - a^2 \leq 0$ .

(1) 求不等式的解集  $A$

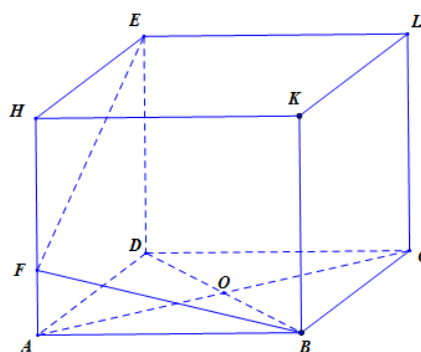
(2) 若  $a > \frac{1}{2}$ ,  $A \subseteq (-1, 1)$ , 求实数  $a$  的取值范围

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在长方体  $ABCD-HKLE$  中, 底面  $ABCD$  是边长为 3 的正方形, 对角线  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ , 点  $F$  为线段  $AH$  上近点  $A$  的三等分点,  $BE$  与底面  $ABCD$  所成角为  $\frac{\pi}{3}$ .

(1) 求证:  $AC \perp BE$ ;

(2) 求二面角  $F-BE-D$  的余弦值.

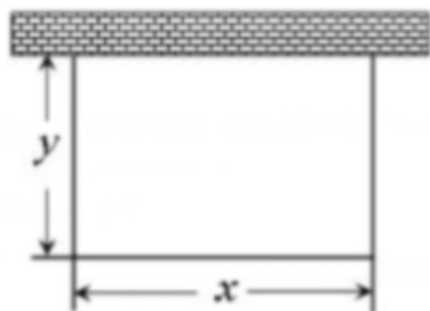


20. (本小超满分 12 分)

如图，某人计划用篱笆围成一个一边靠墙(墙的长度没有限制)的矩形菜园. 设菜园的长为  $xm$ ，宽为  $ym$ .

(1) 若菜园面积为  $72m^2$ ，则  $x, y$  为何值时，可使所用篱笆总长最小?

(2) 使用的篱笆总长度为  $30m$ ，求  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y}$  的最小值.



21. (本小题满分 12 分) 已知  $f(x) = ax^2 + x - a, a \in R$ ,

(1) 若  $a = 1$ ，解不等式  $f(x) \geq 1$ ;

(2) 若不等式  $f(x) > -2x^2 - 3x + 1 - 2a$  对一切实数  $x$  恒成立，求实数  $a$  的取值范围;

(3) 若  $a < 0$ ，解不等式  $f(x) > 1$ .

22. (本小题满分 12 分)

已知圆  $C: x^2 + (y-2)^2 = r^2 (r > 0)$  与直线  $l: 3x + 4y + 12 = 0$  相切.

(1) 求圆  $C$  的标准方程:

(2) 若动点  $M$  在直线  $y + 6 = 0$  上, 过点  $M$  引圆  $C$  的两条切线  $MA, MB$ , 切点分别为  $A, B$ .

① 记四边形  $MACB$  的面积为  $S$ , 求  $S$  的最小值;

② 证明: 直线  $AB$  恒过定点.