

数学(文科)试卷

(完卷时间:120 分钟;满分:150 分)

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 集合 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid |x| \leq 2\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2 < 0\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{x \mid 0 \leq x < \sqrt{2}\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{x \mid -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}\}$

2. 复数 $z = 1 - 2i$, 则 $\frac{z^2 + 3}{z - 1} =$

- A. $2i$ B. -2 C. $-2i$ D. 2

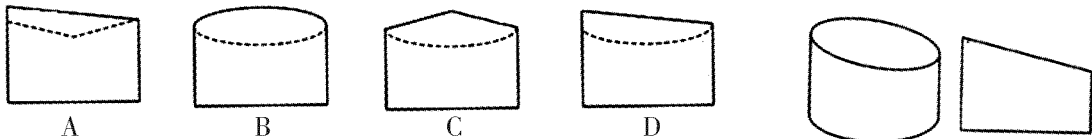
3. 随机抽取某中学甲班 9 名同学、乙班 10 名同学, 获得期中考试数学成绩的茎叶图如右: 估计该中学甲、乙两班数学成绩的中位数分别是

- A. 75, 84 B. 76, 83 C. 76, 84 D. 75, 83

甲班	乙班
2	5
6	6
8 6 6 4	2
2	7
2	8
6	9
	2
	4 6 8
	2 4 5 6 8

第 3 题图

4. 如图, 为一圆柱切削后的几何体及其正视图, 则相应的侧视图可以是



5. 已知 $\cos 2\alpha + 3\cos \alpha = 1$, 则 $\cos \alpha =$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

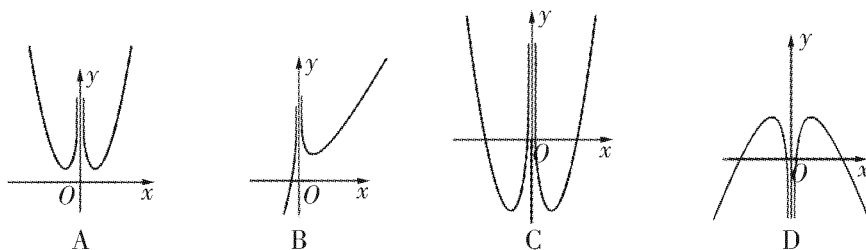
6. 已知点 $(0, 3)$ 到双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线的距离为 2, 则 C 的离心率是

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{9}{4}$

7. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_2 = 2, S_3 = -6$, 则 $S_5 =$

- A. 18 B. 10 C. -14 D. -22

8. 函数 $f(x) = 2x^2 - \ln|x|$ 的部分图象大致为

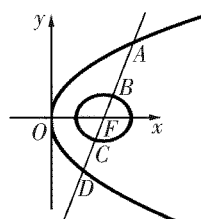


9. 已知函数 $f(x) = \sin 2x + 2\sin^2 x - 1$ 在 $[0, m]$ 单调递增, 则 m 的最大值是

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{3\pi}{8}$ D. π

10. 如图, 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过点 F 且斜率为 1 的直线依次交抛物线及圆 $(x-1)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ 于点 A, B, C, D 四点, 则 $|AB| + |CD|$ 的值是

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9



第 10 题图

11. 在边长为 1 的正方形 $ABCD$ 中, 动点 P 在以点 C 为圆心且与 BD 相

切的圆上. 若 $\vec{AP} = \lambda \vec{AB} + \mu \vec{AD}$, 则 $\lambda + \mu$ 的最大值是

- A. 3 B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 4

12. 已知函数 $f(x) = |x^3 - 3x - 2a| + a$ ($a \in \mathbb{R}$), 对于任意 $x_1, x_2 \in [0, 2]$, $|f(x_1) - f(x_2)| \leq 3$ 恒成立, 则 a 的取值范围是

- A. $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ B. $[-1, 1]$ C. $[0, \frac{1}{2}]$ D. $[0, 1]$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第(13)题 ~ 第(21)题为必考题, 每道试题考生都必须作答. 第(22)题、第(23)题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡相应位置.

13. 已知向量 $\vec{a} = (-2, 3)$, $\vec{b} = (2, m)$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $m =$ _____.

14. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x + y + 3 \geq 0, \\ x - 2y + 4 \geq 0, \\ x - 2 \leq 0. \end{cases}$ 则 $3x + y$ 的最大值是 _____.

15. 已知圆锥的顶点为 S , 母线 SA, SB 互相垂直, SA 与圆锥底面所成角为 30° , 若 $\triangle SAB$ 的面积为 8, 则该圆锥外接球的表面积是 _____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AC = 6, BC = 8, \cos(A - B) = \frac{3}{4}$, 则 $\sin(B - C) =$ _____.

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项为 S_n , 且 $S_5 = 15, a_2 + a_3 = 5$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

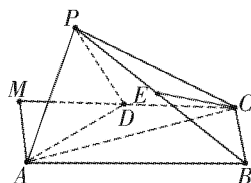
(II) 求数列 $\left\{\frac{1}{a_{2n-1}a_{2n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 12 分)

如图, 在平行四边形 $ABCM$ 中, D 为 CM 的中点, 以 AD 为折痕将 $\triangle ADM$ 折起, 使点 M 到达点 P 的位置, 且平面 $ABCD \perp$ 平面 PAD , E 是 PB 中点, $AB = 2BC$.

(I) 求证: $CE \parallel$ 平面 PAD ;

(II) 若 $AD = 2, AB = 4$, 求三棱锥 $A - PCD$ 的高.



第 18 题图

19. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 点 $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 在 E 上.

(I) 求 E 的方程;

(II) 设直线 $l: y = kx + 2$ 与 E 交于 A, B 两点, 若 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 2$, 求 k 的值.

20. (本小题满分 12 分) 随着我国中医学的发展, 药用昆虫的使用相应愈来愈多. 每年春暖以后至寒冬前, 是昆虫大量活动与繁殖季节, 易于采集各种药用昆虫. 已知一只药用昆虫的产卵数 y 与一定范围内的温度 x 有关, 于是科研人员在 3 月份的 31 天中随机挑选了 5 天进行研究, 现收集了该种药用昆虫的 5 组观测数据如下表:

日期	2 日	7 日	15 日	22 日	30 日
温度 $x/^\circ\text{C}$	10	11	13	12	8
产卵数 $y/\text{个}$	23	25	30	26	16

(I) 从这 5 天中任选 2 天, 记这两天药用昆虫的产卵数分别为 m, n , 求事件“ m, n 均不小于 25”的概率;

(II) 科研人员确定的研究方案是: 先从这五组数据中任选 2 组, 用剩下的 3 组数据建立 y 关于 x 的线性回归方程, 再对被选取的 2 组数据进行检验.

(i) 若选取的是 3 月 2 日与 30 日的两组数据, 请根据 3 月 7 日、15 日和 22 日这三天的数据, 求出 y 关于 x 的线性回归方程;

(ii)若由线性回归方程得到的估计数据与所选出的检验数据的误差均不超过2个,则认为得到的线性回归方程是可靠的,试问(i)中所得的线性回归方程是否可靠?

附:回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \cdot \bar{x}$.

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = (x-1)e^{1-x}$.

(I)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II)函数 $f(x)$ 与函数 $y=x^2-4x+m(m \in \mathbf{R})$ 的图象总有两个交点,设这两个交点的横坐标分别为 x_1, x_2 .

(i)求 m 的取值范围;

(ii)求证: $x_1 + x_2 > 4$.

请考生在第(22)、(23)二题中任选一题做答.注意:只能做所选定的题目.如果多做,则按所做的第一个题目计分,做答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. (本小题满分10分)选修4-4:坐标系与参数方程.

在平面直角坐标系 xOy 中,直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} + t\cos\alpha \\ y = y_0 + t\sin\alpha \end{cases}$ (t 为参数, α 为 l 的倾斜

角),以原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴,建立极坐标系,曲线 E 的极坐标方程为 $\rho = 4\sin\theta$,三条直线 $\theta = \frac{\pi}{6}(\rho \in \mathbf{R})$, $\theta = \frac{\pi}{2}(\rho \in \mathbf{R})$, $\theta = \frac{5\pi}{6}(\rho \in \mathbf{R})$ 与曲线 E 分别交于不同于极点的三点 A, B, C .

(I)求证: $|OA| + |OC| = |OB|$;

(II)直线 l 过 A, B 两点,求 y_0 与 α 的值.

23. (本小题满分10分)选修4-5:不等式选讲

已知函数 $f(x) = |2x+a| + 3a, a \in \mathbf{R}$.

(I)若对于任意 $x \in \mathbf{R}, f(x)$ 都满足 $f(x) = f(4-x)$,求 a 的值;

(II)若存在 $x \in \mathbf{R}$,使得 $f(x) \leq -|2x-1| + a$ 成立,求 a 的取值范围.