

## 高二数学测验一

姓名：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

一、选择题（本大题共 8 小题，1-5 为单选题，6-8 为多选题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 不等式  $\frac{x-5}{x+3} \leq 0$  的解集是 ( )

A.  $(-3, 5)$

B.  $(-3, 5]$

C.  $[-3, 5)$

D.  $[-3, 5]$

2. 若关于  $x$  的一元二次不等式  $ax^2 + bx + 2 > 0$  的解集为  $\{x | -1 < x < 2\}$ , 则实数  $a + b =$  ( )

A. 0

B. 2

C. -2

D. 2 或 -2

3.  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数, (例如  $[5.5] = 5$ ,  $[-5.5] = -6$ ), 则不等式  $[x]^2 - 5[x] + 6 \leq 0$  的解集是 ( )

A.  $(2, 4)$

B.  $(2, 4]$

C.  $[2, 4)$

D.  $[2, 4]$

4. 若不等式  $2x - 1 > m(x^2 - 1)$  对满足  $|m| \leq 2$  的所有  $m$  都成立, 则  $x$  的取值范围为 ( )

A.  $\frac{1-\sqrt{3}}{2} < x < \frac{-1+\sqrt{7}}{2}$

B.  $\frac{-1-\sqrt{7}}{2} < x < \frac{1-\sqrt{3}}{2}$

C.  $\frac{-1-\sqrt{7}}{2} < x < \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

D.  $\frac{-1+\sqrt{7}}{2} < x < \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

5. 已知函数  $f(x) = x^2 - 2ax + a^2 - 1$ , 若关于  $x$  的不等式  $f(f(x)) < 0$  的解集为空集, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $(-\infty, -2]$

B.  $(-\infty, -2)$

C.  $(-\infty, 0]$

D.  $(-\infty, 0)$

6. 已知  $a > b > 0$ , 给出下列四个不等式:

①  $a^2 > b^2$ ; ②  $2^a > 2^{b-1}$ ; ③  $\sqrt{a-b} > \sqrt{a} - \sqrt{b}$ ; ④  $a^3 + b^3 > 2a^2b$ . 其中一定成立的不等式为 ( )

A. ①

B. ②

C. ③

D. ④

7. 下列各组代数式的关系正确的是 ( )

①  $x^2 + 5x + 6 < 2x^2 + 5x + 9$ ;

②  $(x-3)^2 < (x-2)(x-4)$ ;

③ 当  $x > 1$  时,  $x^3 > x^2 - x + 1$ ;

④  $x^2 + y^2 + 1 > 2(x+y-1)$ .

A. ①

B. ②

C. ③

D. ④

8. 设函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 若存在常数  $m > 0$ , 使  $|f(x)| \leq m|x|$  对一切实数  $x$  均成立, 则称  $f(x)$  为 F 函数. 给出下列函数:

①  $f(x) = 0$ ; ②  $f(x) = x^2$ ; ③  $f(x) = \sqrt{2}(\sin x + \cos x)$ ; ④  $f(x) = \frac{x}{x^2 + x + 1}$ .

其中为 F 函数的是 ( )

A. ①

B. ②

C. ③

D. ④

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

9. 关于  $x$  的方程  $x^2 + (a^2 - 1)x + (a - 2) = 0$  的两个根一个比 1 大，一个比 1 小，则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 某汽车厂上年度生产汽车的投入成本为 10 万元/辆，出厂价为 12 万元/辆，年销售量为 10 000 辆. 本年度为适应市场需求，计划提高产品质量，适度增加投入成本. 若每辆车投入成本增加的比例为  $x$  ( $0 < x < 1$ )，则出厂价相应地提高比例为  $0.75x$ ，同时预计年销售量增加的比例为  $0.6x$ ，已知年利润 = (出厂价 - 投入成本)  $\times$  年销售量. 为使本年度的年利润比上年度有所增加，则投入成本增加的比例  $x$  应在\_\_\_\_\_范围内.

11. 已知  $\lambda \in \mathbf{R}$ ，函数  $f(x) = \begin{cases} x - 4, & x \geq \lambda \\ x^2 - 4x + 3, & x < \lambda \end{cases}$ ，当  $\lambda = 2$  时，不等式  $f(x) < 0$  的解集是\_\_\_\_\_. 若函数  $f(x)$  恰有 2 个零点，则  $\lambda$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

三、解答题（本大题共 3 小题，共 45 分）

12. (本题 15 分) 解关于  $x$  不等式:  $ax^2 - (2a + 1)x + 2 < 0$

13. (本题 15 分) 已知函数  $f(x) = ax^2 - 2ax + b$  ( $a > 0$ ) 在区间  $[-1, 4]$  上有最大值 10 和最小值 1，设  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ .

(1) 求  $a, b$  的值;

(2) 若不等式  $g(2^x) - k \cdot 2^x \geq 0$  对  $x \in [-1, 1]$  恒成立，求实数  $k$  的取值范围.

(3) 若不等式  $g(2^x) - k \cdot 2^x \geq 0$  在  $x \in [-1, 1]$  上有解，求实数  $k$  的取值范围.

14. (本题 15 分) 设二次函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )，集合  $A = \{x | f(x) = x\}$ .

(1) 若  $A = \{1, 2\}$ ， $f(0) > 0$ ，且方程  $f(x) = 0$  的两根都小于 -1，求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若  $A = \{2\}$ ，求函数  $f(x)$  在区间  $[-2, 2]$  上的最大值  $M$  (结果用  $a$  表示).